INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARGEŞ
Şcoala Nr. 6” Nicolae Bălcescu”
Str. N. Bălcescu, nr. 139, Piteşti

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMMATICĂ „EUCLID”
Ediția I, 13.12.2008

Clasa a IV-a

1. Aflați numerele necunoscute din egalitățile:
   a) (9m +71) : 9 = 13(rest 8)
   b) 87 : (5n –11) = 9(rest6)
   c) (8 –p +29) : 5x7 = 49
   d) Înlocuind valorile aflate, ordonați descrescător numerele:

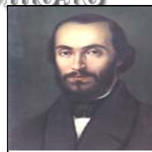
$\overline{ppmn}$; $\overline{pmpn}$; $\overline{pnpn}$; $\overline{ppnm}$; $\overline{nppm}$; $\overline{mppn}$.

2. Pentru împodobirea bradului de Crăciun s-au cumpărat 118 globulețe galbene şi roşii. Câte globulețe din fiecare culoare sunt ştiind că, dacă ar fi cu 8 mai puține galbene, atunci jumătate din numărul celor galbene ar reprezenta de trei ori mai mult decât un sfert din numărul celor roşii.

3. a) Câte cifre sunt necesare pentru a numerota paginile unui dicționar care are 1004 pagini?

b) Dacă a+b =150 şi a–c = 25 să se calculeze: 5a+2b–3c.

Problemele au fost selectate de inv. Moşteanu Constantin şi inv Cnup Alecsandrina
Scoala nr. 6 ,,Nicolae Balcescu Pitesti



INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARGEŞ
Şcoala Nr. 6" Nicolae Bălcescu"
Str. N. Bălcescu, nr. 139, Piteşti

Concursul Interjudețean de Matematică „EUCLID"
Ediția I, 13.12.2008

Clasa a V-a

1. Calculați: a) $\left(5^{1+2+3+...+29}+4\cdot 5^{210}\right):5^{211}$;

b) $\left(2008^{2008}-2008^{2007}\right):\left(2008^{2007}-2008^{2006}\right)$.

2. a) Fie $x,y \in$ N astfel încât $2x + 3y = 37$. Determinați cea mai mică şi cea mai mare valoare a produsului $x \cdot y$.

b) Determinați $x \in$N care verifică relația: $3^{x+1}:3+3^{2x+2}:3^{x+1}+3^{3x+3}:3^{2x+1}=39$.

3. Fie numărul $N = a + b + c$ unde $a=2^1+2^2+2^3+...+2^{2008}$; $b=3^1+3^2+3^3+...+3^{2008}$; $c=7^1+7^2+7^3+...+7^{2008}$.

a) Calculați ultima cifră a numărului.

b) Arătați că N se divide cu 10.

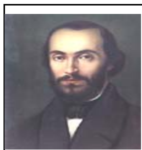
4. Fie suma $S = 1 + 4 \cdot 9 + 16 \cdot 25 \cdot 36 + 49 \cdot 64 \cdot 81 \cdot 100 + ... + 56^2 \cdot 57^2 \cdot ... \cdot 68^2$.

a) Câți termeni are suma ?

b) Stabiliți dacă suma S este par sau impar.

c) Cercetați dacă S este pătratul unui număr natural.

Selectate de prof. Ion Roşu şi Ion Angela



INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARGEŞ
Şcoala Nr. 6” Nicolae Bălcescu”
Str. N. Bălcescu, nr. 139, Piteşti

Concursul Interjudețean de Matematică „EUCLID”
Ediția I – 13 Decembrie 2008

Clasa a VI-a

1. a) Numerele $a, b, c, d \in$N verifică relația: $2^{a+b}+2^{b+c}+2^{c+d}+2^{d+a}=25$.
Calculați $a+b+c+d$.
b) Rezolvă ecuația $x,(y)+y,(z)+z,(x)=6,(6)$ cu $x>y>z$.

2. Fie x, y, z $\in$N astfel încât 3x - 7y + 18z = 0. Demonstrați că numărul y(x - z) este divizibil cu 21.

3. a) Se dau punctele coliniare A, C, B, D distincte, în această ordine astfel ca CD = 20cm şi 3AC + 7 AD = 10 AB. Calculați lungimile segmentelor BC şi BD.
b) Fie semidreptele [OA, [OB, [OC şi [OD, în această ordine, astfel încât m($\angle$AOD) = = 2m($\angle$BOC) şi m($\angle$XOY) = 90^0, unde [OX şi [OY sunt bisectoarele unghiurilor AOB şi COD. Să se determine măsura unghiului BOC.

4. Din mulțimea fracțiilor ordinare de forma $\dfrac{n-19}{n}$ ($n \in$ N astfel încât 40 < n < 56) se alege o pereche. Care este probabilitatea ca suma celor 2 fracții să fie mai mică sau cel mult egală cu 1?

Probleme selectate de:
Prof. Stelian Ionescu – Şcoala cu clasele I - VIII nr. 19 Piteşti
Prof. Anişoara Gherghe – Şcoala ,,George Topârceanu” Mioveni

Şcoala Nr. 6” Nicolae Bălcescu”
Str. N. Bălcescu, nr. 139, Piteşti
Tel/fax: 287058

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMMATICĂ „EUCLID” Ediția I, 13.12.2008

Clasa a VII-a

1. a)Demonstrați că $A = 2^{2n} \cdot 19^{n} + 24 \cdot 101^{m} \vdots 25$, $(\forall)$ n, m $\in \mathbf{N}$.

b)Să se arate că $43 \mid \overline{abc}$ atunci fracția $\dfrac{\overline{bca} + \overline{a0}}{\overline{cba} + \overline{ab} + 23 \cdot a}$ se simplifică prin 43.

2. Arătați că : $\dfrac{1}{1 \cdot 2} + \dfrac{1}{3 \cdot 4} + \dfrac{1}{5 \cdot 6} + ... + \dfrac{1}{2007 \cdot 2008} > \dfrac{1004}{2009}$.

3. Se consideră triunghiul ABC în care lungimile catetelor sunt invers proporționale cu 0,(3) şi 0,25. Dacă A’ este simetricul punctului A față de B şi B’ este simetricul punctului B față de C, să se determine catetele AB şi AC ştiind că aria triunghiului A’AB’ este de 96 cm^2.

4. Fie triunghiul ABC în care M şi N sunt mijloacele segmentelor (AB) şi respectiv (AC), iar $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel dacă şi numai dacă triunghiul MND este isoscel.

Probleme selectate de prof. Dobrescu Argentina, Şcoala nr. 3 ”Nanu Muscel” Câmpulung
Prof. Haiducu Marian, Şcoala nr. 11”Mihai Eminescu” Piteşti

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARGEŞ
Şcoala Nr. 6" Nicolae Bălcescu"
Str. N. Bălcescu, nr. 139, Piteşti

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMMATICĂ „EUCLID"
Ediția I, 13.12.2008

Clasa a VIII-a

1. a) Să se arate că numărul $a = 3n^4 + 6n^3 + 3n^2 + 2$ se poată scrie că suma pătratelor a trei numere întregi consecutive.
b) Demonstrează că 7^{2k+1} se poate scrie sub forma $x^2 - y^2$, $x,y \in \mathrm{N}$, $\forall k \in \mathrm{N}$.
c) Demonstrează că 7^{2k+2} se poate scrie ca $x^2 + y^2 + z^2$ cu $x,y,z \in \mathrm{N}$.

2. a) Demonstrați că oricum am alege 4 numere întregi există printre ele cel puțin două a căror sumă sau diferență este divizibilă cu 5.
b) Fie expresia $x^4 + \frac{1}{x^4} = a$ ($a > 0$). Să se determine în funcție de a expresiile $x^2 + \frac{1}{x^2}$ şi $x^{12} + \frac{1}{x^{12}}$.

3. Dacă $x > 0$ să se arate că:

$$2 \le \sqrt{\frac{8x^2+8}{(x+1)^2}} \le \sqrt{\frac{2x^2+2}{x}} \le \sqrt{\frac{(x^2+1)(x+1)^2}{2x^2}} < x + \frac{1}{x}.$$

4. Dacă în paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ avem E este centrul feței $AA'D'D$, F este centrul feței $A'B'C'D'$, cu $AF \perp CA'$ şi $BE \perp AC'$, demonstrați că $ABCDA'B'C'D'$ este cub.

Selectate de prof. Ion Roşu şi Ion Angela